

Recebido: 05/08/2024 | Revisado: 30/09/2024 | Aceito: 12/01/2025 | Publicado: 12/04/2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 Unported License.

DOI: 10.31416/rsdv.v13i2.1121

Utilização da ASI para discutir o desempenho de alunos do Ensino Médio em Estatística

Use of the ISA to Discuss High School Students' Performance in Statistics

SOUSA, Beatriz Bezerra. Mestranda em Ensino das Ciências

Universidade Federal Rural de Pernambuco - Recife - Pernambuco - Brasil. CEP: 52171-900 / Telephone: (81) 99501.4939 / E-mail: beatriz.sousa@ufrpe.br / Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-3443-608X>

ANDRADE, Vladimir Lira Veras Xavier de. Doutor em Ensino de Ciências

Universidade Federal Rural de Pernambuco - Recife - Pernambuco - Brasil. CEP: 52171-900 / Telephone: (81) 98279.9000 / E-mail: vladimir.andrade@ufrpe.br / Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2679-2187>

RESUMO

Esse estudo tem como objetivo investigar se os alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola estadual em Pernambuco compreendem os conceitos de média aritmética e desvio padrão, assim como o algoritmo necessário para calcular essas medidas. Para isso, aplicamos um questionário composto por 10 situações-problema que envolviam os algoritmos e as interpretações dos conceitos das medidas em questão. Para analisar os dados, foi criada uma planilha no Microsoft Office Excel que passou por um tratamento cuja lógica é o mapeamento de relações entre os dados representados pelos dígitos binários 0 e 1 que indicam a ausência ou presença de um evento. As variáveis analisadas foram descritas de acordo com o número das questões, se o estudante acertou, errou ou não respondeu. Os dados da planilha foram submetidos a uma nova análise utilizando-se o software CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva) versão 7.0 em que geramos grafos implicativos. Após analisarmos os dados, conseguimos observar que os estudantes realizam, em sua maioria, as questões que envolvem o algoritmo relacionado à média aritmética, mas possuem dificuldades na interpretação de alguns conceitos relacionados a essa medida. Já para o desvio padrão, os alunos possuem dificuldades para construir o algoritmo, mas apresentam resultados melhores quando respondem a questões que relacionam o seu conceito.

Palavras-chave: Análise Estatística Implicativa; Média Aritmética; Desvio Padrão.

ABSTRACT

The objective of this study is to investigate the level of understanding of 3rd-year high school students from a public school in Pernambuco regarding the concepts of arithmetic mean and standard deviation, as well as the algorithm necessary to calculate these measures. To this end, we administered a questionnaire composed of 10 problem situations involving the algorithms and interpretations of the concepts of the measures discussed. To analyze the data, we created a spreadsheet model in Microsoft Office Excel, which is based on the logic of mapping relationships between data represented by binary digits 0 and 1, indicating the absence or presence of an event. The analyzed variables were described according to the question numbers and whether the student



answered correctly, incorrectly, or did not respond. The spreadsheet data were then subjected to further analysis using CHIC (Hierarchical, Implicit, and Coercive Classification) version 7.0, and we generated implicit graphs. After analyzing the data, we observed that most students were able to solve the questions involving the algorithm related to the arithmetic mean, but they had difficulties interpreting some concepts related to this measure. On the other hand, students had difficulty constructing the algorithm for standard deviation but performed better when answering questions related to its concept.

Keywords: Implicit Statistical Analysis; Arithmetic Mean; Standard Deviation.

Introdução

A Estatística faz parte da experiência humana desde tempos antigos como o censo para a arrecadação de impostos e a preparação para conflitos armados. Esses levantamentos também viabilizavam comparações entre diferentes Estados. A palavra "Estatística" deriva do latim "status", sendo traduzida como o 'Estudo do Estado', o que reflete sua função primordial de reunir informações sobre a população e a economia (Bayer et al., 2009).

Atualmente, quando nos deparamos com a palavra "estatística" uma das primeiras associações feitas refere-se às pesquisas de opinião, às pesquisas eleitorais e aos relatórios de análises governamentais, sendo, tais produções, amplamente utilizadas pelos meios de comunicação para composição de noticiários. No entanto, seu impacto vai além, sendo fundamental em decisões empresariais e governamentais, incluindo a ciência de dados. Além disso, destaca-se também sua utilização em estudos de diversas áreas, como, por exemplo, na saúde, na qual é nomeada de bioestatística.

No contexto educacional é uma área da Matemática que aborda conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das Ciências e da tecnologia (Brasil, 2018). Andrade e Régnier (2009) também destacam a importância da formação estatística na educação básica como relevante para o desenvolvimento do espírito científico e da formação cidadã, que possibilita uma reflexão sobre a natureza dos dados publicados em diversos meios de comunicação. No mundo do trabalho, a estatística possibilita o desenvolvimento do espírito crítico, da reflexão sobre a tomada de decisões, tomando por base dados que norteiam as escolhas dos riscos.

Embora seja reconhecida como uma disciplina de grande importância, é notável que muitos estudantes enfrentam dificuldades ao tentar compreender os conceitos fundamentais associados a ela. Carzola (2006) destaca que os desafios enfrentados na inserção dos conteúdos de estatística na educação básica ocorrem devido aos professores abordarem os conceitos sem observar seus aspectos didáticos, principalmente para apresentação a crianças e adolescentes, além da pouca oferta de recursos didáticos e/ou computacionais.

Assim, em alguns casos, os professores utilizam como estratégia didática um conjunto com poucos dados numéricos, com o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos cálculos que, mesmo assim, consomem muito tempo de aula, e reduz a possibilidade de os alunos perceberem o potencial das medidas estatísticas. Tal fenômeno nos provoca algumas questões para reflexão: Como os professores de Matemática trabalham os conteúdos escolares vinculados à Estatística? Será que o foco são apenas os cálculos das medidas estatísticas ou os conceitos relacionados a



essas medidas também são abordadas? Os estudantes conseguem desenvolver o algoritmo utilizado para realizar o cálculo das medidas estatísticas? E os conceitos relacionados a essas medidas, também são compreendidos por eles?

Neste artigo, buscamos responder os dois últimos questionamentos, isto é, objetivamos analisar se os estudantes de uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola estadual de Pernambuco compreendem os conceitos relacionados à média aritmética e desvio padrão, bem como o algoritmo utilizado para a realização do cálculo dessas duas medidas. Para isso, utilizamos como base um questionário contendo 10 questões com situações-problema com a finalidade de levantar se os estudantes conseguem resolver questões aplicando o algoritmo utilizado no cálculo das medidas estatísticas em questão, além de compreender questões teóricas relacionadas a essas medidas.

Referencial teórico

Para compreender um pouco do modo de pensar inerente à Estatística, descrevemos aqui três conceitos fundamentais: o pensamento estatístico, o letramento estatístico e o raciocínio estatístico.

Pensamento Estatístico: Ao longo da história da construção dos conhecimentos estatísticos vários autores destacam diferentes definições para o pensamento estatístico. Bianchini e Lima (2023) trazem a definição de Campos (2007) a qual afirma que o pensamento estatístico é “a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, explicitando o que os dados podem dizer sobre o problema em foco”. Assim, desenvolver o pensamento estatístico nos estudantes está diretamente ligado à compreensão dos dados quantitativos de maneira crítica para auxiliar na tomada de decisões cotidianas.

De acordo com Bianchini e Lima (2023), o pensamento estatístico está ligado ao desenvolvimento dos indivíduos de forma a torná-los capazes, em sua atuação na sociedade, de analisar e de reagir de modo crítico, ponderado e assertivo a situações do mundo que estão inseridos.

Além do pensamento estatístico, outros dois conceitos também precisam ser destacados quando se fala sobre a didática da Estatística: o letramento estatístico e o raciocínio estatístico. Em relação ao letramento, o termo letramento nos remete à habilidade em ler, compreender, interpretar, analisar e avaliar textos escritos. Da mesma forma que o pensamento estatístico, alguns autores trouxeram diferentes definições pra letramento estatístico. A princípio, para esta pesquisa, utilizaremos a definição de Gal (2002) que interrelaciona dois componentes:

- a) a capacidade da pessoa para interpretar e avaliar criticamente informação estatística, os argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos estocásticos, que podem ser encontrados em diversos contextos e, quando relevante, b) capacidade da pessoa para discutir ou comunicar suas reações para essas informações estatísticas, como sua compreensão acerca do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações desta informação ou suas considerações acerca da aceitação das conclusões dadas (Gal, 2002, p. 2-3, tradução livre).

O autor ainda destaca que para ser letrado estatisticamente o indivíduo precisa compreender fenômenos e tendências de relevância social e pessoal como taxa de criminalidade, crescimento populacional, aproveitamento educacional etc. ou seja, o letramento estatístico está ligado à capacidade do indivíduo de



desenvolver habilidades para leitura, interpretação e análise de dados.

Garfield (2002, s.n., tradução nossa) define o raciocínio estatístico como “a maneira como as pessoas raciocinam com ideias estatísticas e dão sentido às informações estatísticas”. O raciocínio estatístico envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações gráficas e resumos estatísticos (Garfield, 2002). Em muitos casos, o raciocínio estatístico envolve ideias de variabilidade, distribuição, chance, incerteza, aleatoriedade, probabilidade, amostragem, testes de hipóteses, o que leva a interpretações e inferências acerca dos resultados (Campos, 2007).

Assim, para Silva (2007) o indivíduo desenvolve um raciocínio estatístico mais avançado, no momento em que o ensino proporcionar condições para que o estudante compare conceitos, avalie a maneira mais adequada de analisar uma variável ou um conjunto de variáveis, mude de representação, entenda os contraexemplos etc. Normalmente, os professores ensinam os conceitos, procedimentos e os algoritmos e esperam que o raciocínio se desenvolva como uma consequência imediata.

A relação entre os três conceitos descritos acima também diverge entre os pesquisadores da educação estatística. Para delMas (2002 apud Bianchini e Lima, 2023), o letramento estatístico é concebido como um domínio mais abrangente no qual o raciocínio e o pensamento estatístico estão inseridos. Já para Lopes e Fernandes (2014), o letramento, o pensamento e o raciocínio estão inter-relacionados. O nível de letramento estatístico de um indivíduo depende do seu raciocínio estatístico, bem como do seu domínio a esse modo de pensar. Segundo eles, à medida que o nível de letramento estatístico aumenta, o raciocínio e o pensamento estatístico tornam-se mais apurados.

Para aprofundar a compreensão dos métodos estatísticos, é essencial entender, além desses conceitos fundamentais da didática da Estatística, outros conceitos relacionados às medidas estatísticas e o algoritmo para a realização dos seus cálculos. A seguir, apresentaremos apenas os conceitos utilizados na aplicação do questionário para a escrita deste artigo.

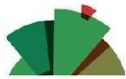
Média aritmética

Segundo Dodge (2007a, p. 358 *apud* Andrade, 2009, p. 84, tradução) “é uma medida de tendência central que permite caracterizar o centro da distribuição de frequência de uma variável quantitativa considerando todas as observações e lhes atribuindo o mesmo peso (em oposição à média aritmética ponderada)”. De forma geral, a média aritmética pode ser definida como o número obtido a partir da divisão da soma total de todos os escores obtidos pelo número de elementos na distribuição de frequência. Portanto, seja uma variável aleatória quantitativa denotada por X , em que $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, usualmente representado por x , a fórmula é apresentada por autores como Batanero (2009) e Triola (2014) da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Desvio Padrão

Segundo Triola (2014), é uma medida de dispersão a qual indica o quão



distantes os valores de um conjunto de dados estão em relação à média desse conjunto. Ele é calculado como a raiz quadrada da variância, proporcionando uma medida de variabilidade que é expressa na mesma unidade dos dados originais. Essa medida é essencial para entender a dispersão e a consistência dos dados em análises estatísticas, usualmente representado por δ , a fórmula é apresentada por autores como Castanheira (2013) e Triola (2014) da seguinte forma:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{S^2}$$

Alguns estudos sobre média aritmética e desvio padrão

Alguns estudos (Lopes, 2008) sugerem que a forma como a Estatística é ensinada atualmente não é suficiente para promover um alto nível de criticidade na sociedade. Pesquisadores na área atribuem essa insatisfação à falta de preparo e conhecimento dos professores que ensinam esses conteúdos.

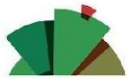
Schreiber et al (2019) investigaram o entendimento do conceito de média aritmética de doze jovens entre 15 e 17 anos, utilizando entrevistas semiestruturadas e atividades experimentais. Os resultados identificaram três níveis de compreensão: dificuldade na leitura de dados e indicação do valor da média como absoluto; noções iniciais de média aritmética baseadas em pensamento concreto e média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados. A pesquisa destacou a importância do letramento estatístico para a compreensão da média aritmética.

Luna e Carvalho (2019) analisaram o desempenho de estudantes do ensino fundamental e médio em uma escola privada na Região Metropolitana de Recife-PE, utilizando um teste diagnóstico com cinco questões. Os resultados mostraram que os estudantes apresentaram dificuldades na compreensão dos diferentes significados de média aritmética, influenciadas pela representação gráfica. Além disso, os estudantes apresentaram estratégias de resolução equivocadas, como considerar a média aritmética como a soma dos valores ou um número dividido por dois.

Em alguns casos, o algoritmo é frequentemente aplicado de maneira automática, sem que os estudantes compreendam seu real significado. Cai (1995) destacou em sua pesquisa que, embora a maioria dos estudantes consiga usar o algoritmo corretamente para calcular a média, apenas alguns conseguem encontrar um valor desconhecido em um conjunto pequeno de dados para atingir uma média específica.

Por fim, as pesquisas realizadas por Cazorla e Santana (2006) enfatizam que alguns estudantes têm domínio do algoritmo da média, mas apresentam dificuldades de compreensão acerca dos diversos aspectos conceituais da média aritmética. Além disso, Huilca e Cruz (2020) ressaltam que as diversas formas de apresentação dos dados podem influenciar a compreensão dos alunos sobre a média. Eles também analisam como os estudantes lidam com dados agrupados em intervalos de classe.

Garfield (2002) aborda tipos de raciocínio estatístico correto e incorreto. No qual aborda erros de compreensão da média. Entre os erros, ele destaca que a média é vista “como o número mais comum (o que ocorre com mais frequência do que outros)” (Garfield, 2002, s/n, tradução nossa). Isso é um equívoco, podemos ter o valor da média como um valor que não faz parte do conjunto de dados, por exemplo, a média de 8, 7, 7 e 2 é 6. O número 6 não faz parte do conjunto dos dados. Nesse caso, temos como número mais comum a moda. E nesse caso também o valor da mediana coincide com o valor da moda. Outros erros apontados por Garfield (2002):



considerar a média como a mesma coisa que a mediana; ao comparar grupos considerar exclusivamente a diferença entre as suas médias; para achar a média deve-se somar todos os valores e dividir pelo número total de valores independente dos valores discrepantes.

Com relação ao desvio padrão, o número de trabalhos relacionados a esse conceito é consideravelmente menor em relação à média aritmética. Bem-Zvi e Garfield (2004) enfatizam a importância de os alunos entenderem profundamente o conceito de desvio padrão, e não apenas saberem calcular. Eles sugerem que a compreensão conceitual deve preceder às habilidades procedurais. Devido à complexidade do conceito, muitos alunos têm dificuldade em entender o desvio padrão como uma medida de dispersão e em associá-lo à variabilidade dos dados.

Porém, além da importância de compreender seus aspectos conceituais, Paes (2008) destaca que alguns estudantes também possuem dificuldade de realizar o cálculo relacionado a essa medida, visto que é uma sequência de operações que possuem certo nível de complexidade.

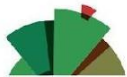
Abordamos neste tópico algumas pesquisas de diversos contextos e pudemos observar que a compreensão estatística dos estudantes de diversos níveis de escolarização está aquém do que se é desejado. Constatamos, também, que resultados das pesquisas apontam que os alunos sentem dificuldades para compreenderem os conceitos relacionados à média aritmética e ao desvio padrão, bem como a construção do algoritmo para realizar os cálculos associados a essas medidas.

Material e métodos

Para atingir os objetivos descritos neste estudo, coletamos dados através de um questionário realizado de forma presencial com os estudantes. O questionário, aplicado a 21 alunos de uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola estadual era composto por questões discursivas em que os estudantes precisariam interpretar os dados e utilizar o algoritmo para encontrar os valores numéricos relacionados à média aritmética e ao desvio padrão. Além disso, os estudantes precisariam compreender diferentes conceitos relacionados à média e ao desvio padrão.

A análise de dados se baseou, em sua maioria, na Análise Estatística Implicativa (ASI) que consiste em uma ferramenta teórica e prática que permite a análise de dados multidimensionais qualitativos focada no conceito de implicação estatística ou mais precisamente sobre o conceito de quase-implicação, se diferenciando do conceito de implicação lógica dos domínios da lógica e da matemática. As aplicações do conceito de quase-implicação consistem em dimensionar um índice de implicação o qual mede o grau de probabilidade de ocorrer uma dependência e/ou inferência entre variáveis ou classes de variáveis (Gras, Régner, Guillet, 2009).

Para realizar a análise através da ASI, utilizamos o software CHIC na versão 7.0 que possui funções essenciais como “extrair de um conjunto de dados, cruzando sujeitos e variáveis (ou atributos), regras de associação entre variáveis, fornecer um índice de qualidade de associações e de representar uma estrutura das variáveis obtida por meio de regras” (Couturier et al, 2004, p.1 apud Andrade et al, 2014). Assim, o CHIC nos ajuda a determinar as relações de quase implicação entre duas variáveis, permitindo a identificação de padrões e dependências.



As respostas coletadas nos questionários foram organizadas em uma planilha no Microsoft Office Excel, e passou por um tratamento de dados cuja lógica é o mapeamento de relações entre os dados representados pelos dígitos binários 0 e 1, que indicam a ausência ou a presença de um evento. Para uma análise mais detalhada desses dados, criamos um gráfico de barras e logo após utilizamos o software CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva).

Descrição das variáveis para análise dos dados

As categorias utilizadas para analisar os dados foram definidas na criação do teste de acordo com as possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução das questões propostas. No Quadro 1, apresentamos os critérios definidos para análise e seus códigos. No Quadro 2, descrevemos as variáveis de cada questão.

Quadro 1 - Critérios de análise

Código	Descrição
C	Responder à questão de forma correta.
E	Responder à questão de forma errada.
N	Não responder à questão.

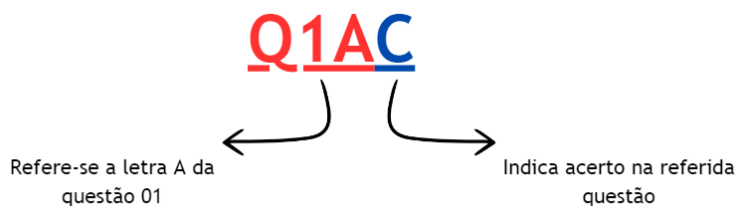
Fonte: Autores.

Quadro 2 - Variáveis definidas para as questões

Código	Descrição
Q1A	Questão 01 - Letra A
Q1B	Questão 01 - Letra B
Q2A	Questão 02 - Letra A
Q2B	Questão 02 - Letra B
Q3	Questão 03.
Q4A	Questão 04 - Letra A
Q4B	Questão 04 - Letra B
Q5	Questão 05.
Q6	Questão 06.
Q7	Questão 07.
Q8	Questão 08.
Q9A	Questão 09 - Letra A
Q9B	Questão 09 - Letra B
Q10	Questão 10.

Fonte: Autores.

As variáveis finais foram definidas com a junção dos Quadros 1 e 2. Na Figura 1, descrevemos como se apresentarão as variáveis de cada questão e sua descrição.

Figura 1 - Exemplo das variáveis analisadas

Fonte: Autores.

Utilizando como base o modelo descrito acima, seguimos esse padrão para os 12 critérios e 10 questões do questionário. Durante a criação da tabela e análise dos dados, colocamos 1 quando, na resolução da questão, o estudante cumpria aquele critério e 0 quando não cumpria. Por exemplo, se o aluno acertou a questão 8 a variável Q8C estará marcada na planilha como 1 e a Q8E e Q8N como 0. Caso ele erre a questão 8, então a variável Q8E estará marcada como 1 e Q8C e Q8N como 0.

Descrição do questionário

No Quadro 3 a seguir, apresentamos uma descrição de cada questão utilizada.

Quadro 3 - Descrição das questões do questionário

Questão	Descrição
Q1A	Cálculo da média aritmética com números naturais apresentados em uma tabela.
Q1B	Cálculo do desvio padrão com números naturais apresentados em uma tabela.
Q2A	Cálculo da média aritmética com números inteiros organizados em uma tabela.
Q2B	Cálculo de um valor desconhecido da distribuição a partir do valor da média dado pela questão com números inteiros organizados em uma tabela.
Q3	Cálculo da média aritmética com números decimais organizados em sequência.
Q4A	Cálculo de um valor desconhecido da distribuição a partir do valor da média dado pela questão com números naturais organizados em sequência.
Q4B	Cálculo da nova média a partir da adição de mais um valor no conjunto de dados.
Q5	Cálculo da média aritmética com números naturais organizados em uma tabela com intervalos de classe.
Q6	Interpretação da ideia de regularidade relacionada ao conceito de desvio padrão.
Q7	Compreensão do conceito associado ao desvio padrão.
Q8	Calcular a média aritmética simples e o desvio padrão de um conjunto de dados organizados em sequência com um valor extremo influenciando a média.
Q9A	Cálculo da média aritmética com números naturais organizados em um gráfico de colunas.
Q9B	Cálculo do desvio padrão com números naturais organizados em um gráfico de colunas.
Q10	Relacionar conceitos de média e de desvio padrão.

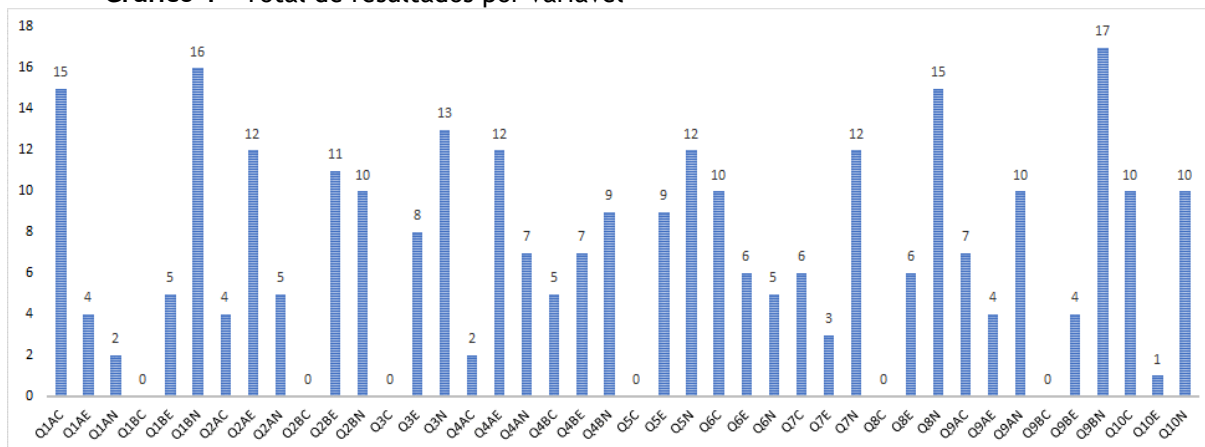
Fonte: Autores.

Resultados e discussão

Antes de utilizar a ASI e o software CHIC para analisar os dados, fizemos uma análise descritiva a fim de destacar alguns resultados importantes que não aparecem em nossa análise implicativa, visto que ao importar a planilha do Microsoft Office

Excel para o CHIC, excluimos as colunas que são compostas apenas pelo número 0. O questionário era composto por 10 questões e foi aplicado com 21 estudantes e os resultados obtidos foram colocados no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Total de resultados por variável



Fonte: Autores.

Ao analisarmos os dados do Gráfico 1, destacamos principalmente as colunas que resultam em 0, pois indicam que nenhum aluno cumpriu esse critério. Para exemplificar: o valor 15 no critério Q1AC indica que 15 estudantes obedeceram a esse critério. O número 0 no critério Q1BC indica que nenhum estudante acertou a letra B da questão 1 que aborda o cálculo do desvio padrão. Como dito anteriormente por Paes (2008), é comum os alunos apresentarem dificuldades nas operações realizadas para obter o valor do desvio padrão. Por isso, o mesmo acontece na questão 8 e na letra B da questão 9, que também envolve calcular o desvio padrão de um conjunto de dados.

A partir do gráfico é possível perceber também que a letra B da questão 2 não teve nenhum acerto. Ela envolve o cálculo de um valor desconhecido da distribuição a partir do valor da média dado pela questão. A dificuldade dos estudantes nessa questão pode ser explicada por Cai (1995) o qual destacou que, embora a maioria dos estudantes consiga usar o algoritmo corretamente para calcular a média, apenas alguns conseguem encontrar um valor desconhecido em um conjunto pequeno de dados para atingir uma média específica.

A questão 3 também não teve nenhum acerto e acreditamos que, nesse caso, o fato do cálculo da média aritmética envolver números decimais pode ter influenciado no resultado, pois Jucá (2008) relata em seu estudo que os estudantes possuem dificuldades ao lidarem com operações envolvendo números decimais. Entretanto, a questão também aborda um conceito diferente da média aritmética relacionado à estimativa de um valor. Como destaca Cazorla e Santana (2006), os estudantes possuem dificuldades de compreensão acerca dos diversos aspectos conceituais que envolvem a média aritmética.

Por fim, à questão 5, que envolve o cálculo da média aritmética com números naturais organizados em uma tabela com intervalos de classe, também não teve nenhum acerto que acreditamos estar relacionado com a forma como os dados foram apresentados, como já foi destacado por Huilca e Cruz (2020).

A continuação das análises dos dados gerados a partir do questionário se deu através do grafo implicativo e às relações e implicações entre as questões. Escolhemos a implicação segundo a teoria clássica e a lei binominal e também foram

selecionadas as opções: nós significativos, cálculo longo e cálculo dos intervalos. Consideramos, na construção do grafo implicativo, o valor mínimo de 0,83 e os intervalos foram definidos de acordo com o quadro abaixo.

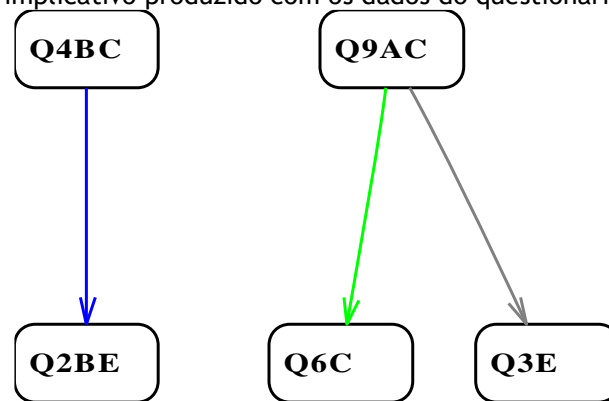
Quadro 4 - Intervalos do grafo implicativo

Intervalo	Cor
$[0,83;0,88[$	Cinza
$[0,88;0,92[$	Verde
$[0,92;0,96[$	Azul
$[0,96;1,00]$	Vermelho

Fonte: Autores.

Para realizar as análises, focamos no grafo implicativo utilizando o modo cone com a finalidade de observar como as questões se relacionam. Fizemos isso em alguns casos e apresentaremos os dados a seguir. Na primeira análise, destacada na Figura 2, buscamos encontrar relações entre os estudantes que acertaram as questões envolvendo os cálculos de média.

Figura 2 - Grafo implicativo produzido com os dados do questionário



Fonte: Autores, tratamento realizado com o CHIC 7.0.

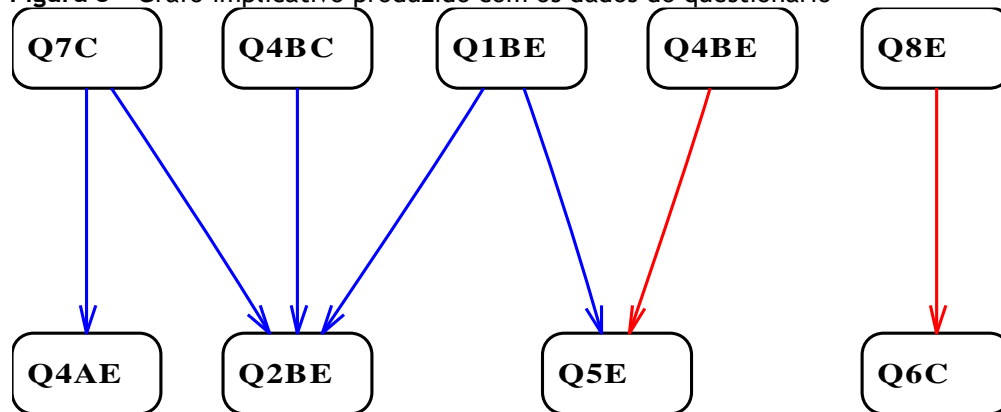
Para produzir o grafo acima, selecionamos as variáveis Q1AC, Q2AC, Q2BC, Q3C, Q4AC, Q4BC, Q5C, Q8C e Q9AC pois são referentes ao acerto do cálculo da média. Os estudantes que acertaram a letra B da questão 4 (Q4BC) que envolve o cálculo da média a partir da adição de mais um valor no conjunto de dados tendem a errar a letra B da questão 2 (Q2BE) que trata do cálculo de um valor desconhecido da distribuição a partir do valor médio dado. Isso indica que questão Q2B apresenta um nível de complexidade maior do que a questão Q4B. Na questão 4B basta acrescentar mais um valor às medidas encontradas e dividir pelo total de sujeitos obtendo uma nova média. A solução da questão 2B também se faz necessário acrescentar mais um valor para calcular a média. Contudo, na questão 2B temos alguns elementos não presentes na Q4B que podem levar ao erro na questão: a presença do zero, a presença de números negativos, a apresentação dos dados em uma tabela. Em pesquisa realizada por Cazorla (2002) com estudantes universitários foi observado que quando no cálculo da média se tinha acrescentado um novo valor igual a zero, os estudantes desconsideravam esse novo valor não levando em conta na aplicação do algoritmo da média. Isso também foi observado com crianças de 8 a 14 anos em pesquisa realizada por Strauss e Bichler (1998 apud Batanero, 2000).



Também observamos na Figura 2 que os estudantes que acertaram a questão 9A tendem a acertar a Q6 e errar a Q3, o que indica que a questão Q9A apresenta um nível de complexidade maior do que a Q6 e a questão Q3 é mais complexa do que a questão 9A. Na questão 9A temos o cálculo da média aritmética com números naturais organizados em um gráfico de colunas e na questão Q6 temos interpretação da ideia de regularidade relacionada ao conceito de desvio padrão. Sobre a relação de implicação ($Q9A \Rightarrow Q6$) observamos que tivemos um número maior de acertos da questão Q6 do que a questão Q9A. Na questão Q6 o estudante não precisa saber o algoritmo de desvio padrão, mas associar a ideia de regularidade ao conjunto com menor desvio padrão. Já na questão Q3 temos o cálculo da média aritmética com números decimais organizados em sequência. Temos dois fatores que podem levar ao erro: 1) todos os números são decimais 2) não se tem de forma explícita a informação para determinar a média, mas dado os tempos de reação de 10 motoristas ao volante se pede para determinar a melhor estimativa do valor de reação, que seria obtido pela média.

Em um outro recorte feito da análise dos dados utilizando o modo cone nas variáveis que envolvem erro do cálculo da média selecionamos a Q1AE, Q2AE, Q2BE, Q3E, Q4AE, Q4BE, Q5E, Q8E e Q9AE. Para essa análise especificamente, selecionamos apenas os intervalos na cor azul e vermelho. O resultado dessa implicação foi destacado na Figura 3.

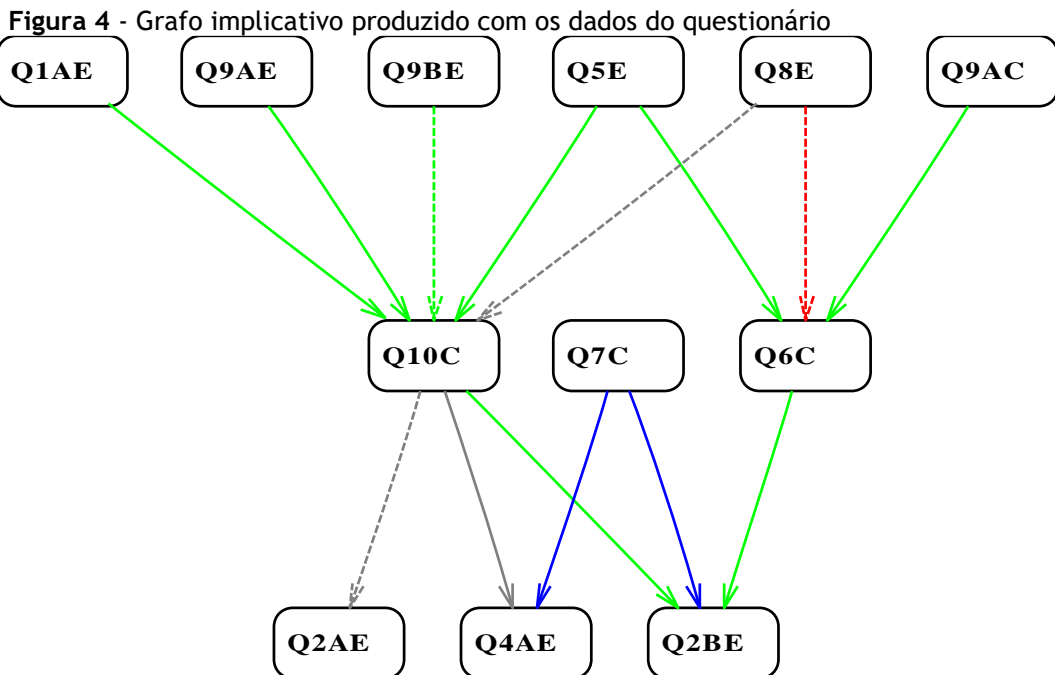
Figura 3 - Grafo implicativo produzido com os dados do questionário



Fonte: Autores, tratamento realizado com o CHIC 7.0.

Ao analisarmos esses dados, destacamos a relação entre as variáveis Q4BE e Q5E que envolvem duas formas diferentes de apresentação de dados e de conceitos de médias. Os estudantes tendem a errar as duas questões e acreditamos que, no primeiro caso, o erro se dá devido ao conceito associado à questão referente a calcular uma nova média a partir da adição de mais um valor no conjunto de dados. Já no segundo caso, acreditamos que o erro está relacionado com a forma a qual os dados são apresentados em intervalos de classe. Esse dado inclusive corrobora com o que foi descrito no início do tópico, quando destacamos que nenhum aluno acertou a questão 5.

Para compreender as próximas relações, utilizamos o modo cone nas variáveis que envolvem acerto nas questões que abordam os conceitos de média e desvio padrão. Assim, selecionamos as variáveis Q6C, Q7C e Q10C.

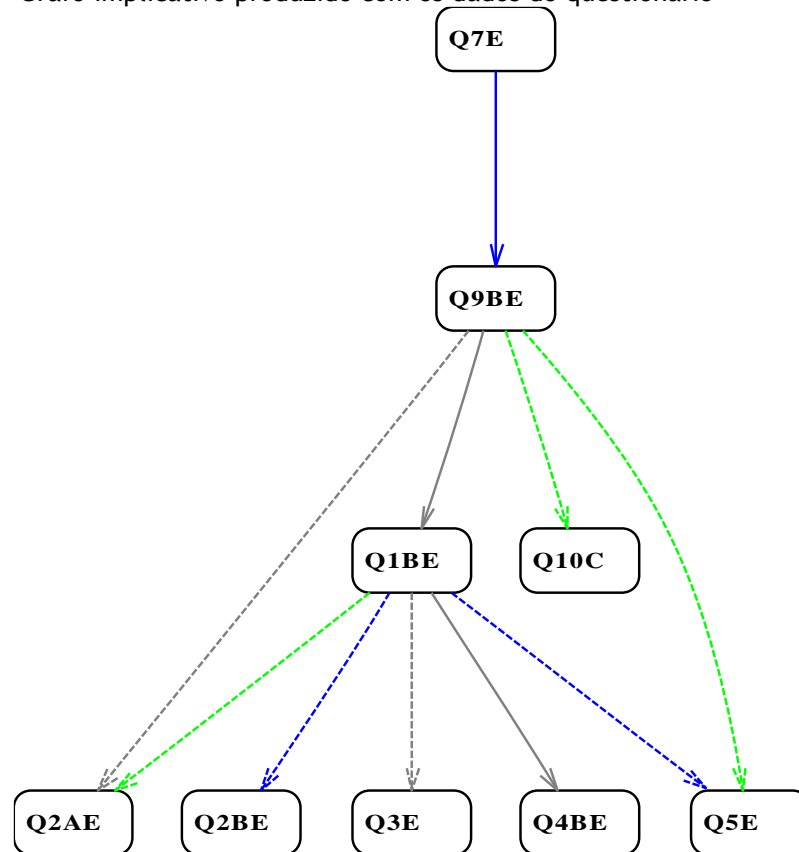


Fonte: Autores, tratamento realizado com o CHIC 7.0.

A partir das implicações destacadas acima podemos evidenciar algumas relações importantes. O primeiro destaque é referente às variáveis 9BE e Q10C. A primeira refere-se ao erro na letra B da questão 9 que aborda o cálculo do desvio padrão. Já a Q10C refere-se a acertar a questão que relaciona conceitos de média e de desvio padrão. Essa implicação nos descreve que apesar de os estudantes terem dificuldades em construir o algoritmo para calcular o desvio padrão como destacou Paes (2008), conseguem compreender questões relacionadas a esse conceito.

Outra implicação que evidencia o que citamos anteriormente é a relação entre as variáveis Q8E e Q6C, visto que a questão 8 refere-se a calcular a média e o desvio padrão e a questão 6 relaciona os dados a um conceito de desvio padrão. Essa relação indica que a questão Q8 apresenta um nível de complexidade menor do que a questão Q6, pois quem erra a Q8 tende a acertar a Q6.

Na nossa última análise, utilizamos novamente o modo cone nas variáveis que envolvem erro do cálculo do desvio padrão. Assim, selecionamos as variáveis Q1BE e Q9BE e obtivemos o grafo a seguir.

Figura 5 - Grafo implicativo produzido com os dados do questionário

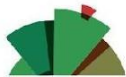
Fonte: Autores, tratamento realizado com o CHIC 7.0.

Ao analisarmos os dados obtidos, gostaríamos de trazer dois destaques importantes: os estudantes que tendem a errar a letra B da questão 9, também tendem a errar a letra B da questão 1. As duas questões são referentes ao cálculo do desvio padrão. Porém, os estudantes que erraram a Q9B tendem também a acertar a questão 10, referente ao conceito que relaciona a média e o desvio padrão.

Assim, podemos reforçar o que foi dito anteriormente sobre os estudantes terem menos dificuldades em compreender o conceito associado ao desvio padrão do que a realização do seu cálculo. Ainda destacamos também que o fato de o estudante ter errado a questão 7, que também envolve o conceito de desvio padrão, e ter acertado a questão 10, pode ter se dado na quantidade de dados envolvidos na questão, visto que os dados se apresentaram da mesma forma - em uma tabela - com os valores da média e do desvio padrão, mas a questão 7 envolvia 5 valores para serem analisados, enquanto a questão 10 envolvia apenas 2.

Conclusões

Como já destacamos desde o início do artigo, a Estatística é uma ciência de fundamental importância desde os tempos antigos e continua a ter um papel central na sociedade moderna. O objetivo desta pesquisa foi investigar se os alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola estadual em Pernambuco compreendem os conceitos de média aritmética e desvio padrão, assim como o algoritmo necessário para calcular essas medidas. Observamos que embora os alunos consigam, em alguns casos, utilizar corretamente os algoritmos para calcular a média aritmética, eles



enfrentam algumas dificuldades ao tentar compreender os aspectos conceituais mais profundos relacionados a esse conteúdo.

A análise das respostas dos alunos, utilizando a Análise Estatística Implicativa (ASI) e o software CHIC, permitiu identificar padrões de implicação entre as variáveis. Os gráficos implicativos indicaram que os estudantes que acertaram determinadas questões de média aritmética tendem a errar outras que envolvem conceitos mais complexos ou diferentes formas de apresentação dos dados. Também foi observado que, apesar das dificuldades em calcular o desvio padrão, alguns alunos conseguiram entender os conceitos teóricos relacionados a ele, o que sugere que a dificuldade está mais na aplicação prática do algoritmo do que na compreensão teórica.

Esses fatos nos fazem refletir sobre a necessidade de uma abordagem didática que não apenas ensine os alunos a realizar cálculos, mas que também promova uma compreensão profunda dos conceitos estatísticos. Sugere-se que os professores integrem mais atividades práticas que envolvam a interpretação de dados e a aplicação dos conceitos em contextos reais. Além disso, o uso de recursos didáticos e tecnológicos pode auxiliar na visualização e compreensão dos dados, tornando o aprendizado mais eficaz e significativo.

Por fim, este estudo reforça a importância de uma formação estatística sólida para o desenvolvimento do pensamento crítico e da cidadania. As dificuldades encontradas pelos alunos indicam a necessidade de melhorias na compreensão de conteúdos relacionados à estatística, visando não apenas a execução de cálculos, mas a compreensão integral dos conceitos e sua aplicação prática, essencial para a formação de cidadãos bem informados e críticos.

Referências

ANDRADE, V. L. V. X.; RÉGNIER, J.-C. **Problems and challenges in teacher training of mathematics students with a view to preparing them to teach statistics in basic education.** In: International Congress of Mathematics, Engineering and Society - ICMES2009, 1., Dec 2009, Curitiba, Brasil. p. 1-9. ICMES2009-19. Disponível em: <https://shs.hal.science/halshs-00506493v1>. Acesso em: 3 de maio de 2024.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, n. 25, p. 41-58, 2000.

BAYER, A.; BITTENCOURT, H.; ROCHA, J.; ECHEVESTE S. **A Estatística e sua história.** Canoas, 2009. Disponível em: <https://notasdeaula.files.wordpress.com/2009/08/estatistica-e-sua-historia.pdf>. Acesso em: 10 de julho de 2024.

BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. **The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking.** p. 03-15, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004, p. 3-15.

BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. de (Orgs.). **O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem.** 1. ed. São Paulo: Editora Livraria



da Física, 2023. 575 p. ISBN 9786555633665

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em 16 jul. 2024.

CAI, J. Beyond the Computational Algorithm: Students' understanding of arithmetic average concept. **Proceedings of the 19h International Conference for the Psychology of Mathematics Education**, vol.3, p. 144-151. Recife, Pernambuco, 1995.

CAMPOS, C. R. **A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007

CASTANHEIRA, N. **Estatística aplicada a todos os níveis**. 2. ed. São Paulo: Editora Acadêmica, 2013.

CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2002. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1592398>. Acesso em: 27 jul. 2024.

CAZORLA, I. M.; Santana, E. R. dos S. **Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio**. 1. ed. Itabuna: Via Litterarum, 2006.

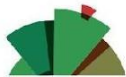
GAL, I. Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, Netherlands, 2002.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/epdf/10.1080/10691898.2002.11910676?needAccess=true>. Acesso em: 10 maio 2024.

GRAS, R.; REGNIER, J.-C.; GUILLET, F. **Analyse Statistique Implicative: Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités**. Cépaduès Éditions, Toulouse, 2009.

HUILLCA, J. R. A.; CRUZ, G. V. C. **Uso del geogebra en el aprendizaje de las medidas de tendencia central en estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la institución educativa mixta fortunato L. Herrera**. Tese - Universidad Nacional de San Antonio Abad Del Cusco, Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación, Cusco, 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.12918/5535>. Acesso em: 27 jul. 2024.

JUCÁ, R. de S. **Uma sequência didática para o ensino das operações com os números decimais**. 2008. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do



Pará, Belém, PA, 2008. Disponível em: <https://oasisbr.ibict.br>. Acesso em: 20 jul. 2024

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Cadernos CEDES*, v. 28, p. 57-73, jan.-abr. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-32622008000100005>. Acesso em: 28 jul. 2024.

LOPES, P.C., FERNANDES, E. Literacia, Raciocínio e Pensamento Estatístico com Robots. *Quadrante*, v. 23, n. 2, p. 69-94, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22907>. Acesso em: 25 jul. 2024

LUNA, L. C. De; CARVALHO, J. I. F. de. Oi, quem está olhando minhas estatísticas? - Uma discussão do desempenho de estudantes da Educação Básica sobre média aritmética. *Revista de Educação em Ciências e Matemática*, v.15, n. 33, Jan-Jun 2019. p.151-166. Amazônia, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v15i33.6116>. Acesso em: 16 jul. 2024.

PAES, A. T. Por dentro da estatística. *Einstein: Educação continuada em saúde*, São Paulo, v. 6, p. 107-108, 2008.

SCHREIBER, K. P. et al. Níveis de compreensão do conceito de média aritmética de adolescentes a partir do Método Clínico-Crítico Piagetiano. *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 33, n. 64, p. 491-512, ago. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a03>. Acesso em: 15 jul. 2024.

SILVA, C. B., **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática**. Tese (doutorado em educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11206>. Acesso em: 05 jul. 2024

TRIOLA, M.F. *Introdução à Estatística*. 11. ed. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2014.